

Qualitative Zählweisen und Relationalzahlen

1. Dieser Aufsatz setzt Toth (2016) fort. Obwohl sowohl die qualitative Arithmetik als auch die Relationalzahlen von uns schon zuvor eingeführt worden waren, ist eine vollständige formale Darstellung der drei qualitativen Zählweisen erst heute möglich. Wie bekannt, können qualitative Zahlen auf drei Weisen gezählt werden: linear, orthogonal und diagonal. Da die den qualitativen Zahlen zugrunde liegenden Zahlenfelder jedoch durch Quadrate der Form n^2 (mit $n \geq 1$) definiert sind, fällt die einzige Zählweise der quantitativen Arithmetik, die lineare Peano-Zählweise, nicht mit der Linearität der qualitativen Arithmetik zusammen. Dasselbe gilt für die übrigen, in der quantitativen Zählweise gar nicht definierbaren, Zählweisen, und wir sprechen daher von adjazenter, subjazenter und transjazenter Zählweise. Für sie ist charakteristisch, daß jeweils in zwei verschiedenen Raumrelationen gezählt werden kann: im Falle der Adjazenz oben und unten, im Falle der Subjazenz vorn und hinten, und im Falle der Transjazenz haupt- und nebendiagonal.

2. Bereits eine einzelne Zahl, sagen wir 0 ist qualitativ mehrdeutig, da die Zahlenfelder, in der sie plaziert werden kann, verschieden sind

0

0 $\emptyset$ $\emptyset$ 0 $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$

$\emptyset$ $\emptyset,$ $\emptyset$ $\emptyset,$ 0 $\emptyset,$ $\emptyset$ 0

0 $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ 0 $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ 0

$\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset$

$\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset,$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset,$ $\emptyset$ $\emptyset$ $\emptyset,$ usw.

Eine qualitative Zahl x ist daher eine Funktion ihres Ortes ω , und dieser ist innerhalb der der Zahl zugehörigen Zahlenfelder bestimmbar, d.h. es gilt

$$x = f(\omega).$$

Ferner erkennt man aus der obigen kleinen Auswahl an Zahlenfeldern ebenfalls, daß es horizontale, vertikale und diagonale Einbettungsstufen E gibt, d.h. es gilt

$$x = f(E).$$

Somit haben wir die qualitative Zahl oder Relationalzahl

$$x = f(\omega, E),$$

denn es ist z.B.

$$\begin{array}{ccccc} 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 \\ \emptyset & \emptyset & \neq & \emptyset & \emptyset, \end{array}$$

da $\omega_1 \neq \omega_2$,

und es ist z.B.

$$\begin{array}{ccccc} 0 & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \neq & 0 & \emptyset; \end{array}$$

da $E_1 \neq E_2$.

Im Falle von

$$\begin{array}{ccccc} 0 & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \neq & \emptyset & 0 \end{array}$$

gilt also $\omega_1 \neq \omega_2$ und $E_1 \neq E_2$. Übrigens sind mit diesen drei Ungleichungen alle drei qualitativen Zählweisen definierbar, d.h.

SATZ DER ADJAZENZ. Eine Zählweise ist adjazent gdw. $\omega_i \neq \omega_j$ gilt.

SATZ DER SUBJAZENZ. Eine Zählweise ist subjazent gdw. $E_i \neq E_j$ gilt.

SATZ DER TRANSJAZENZ. Eine Zählweise ist transjazent gdw. $\omega_i \neq \omega_j$ und $E_i \neq E_j$ gilt.

Im folgenden indizieren wir jede Peanozahl $0, 1, 2, \dots$ mit den beiden Indizes m und n , wobei m den Ort ω und n die Einbettungsstufe E angibt. Ferner führen wir wegen der in Toth (2015) und (2016) benutzten verdoppelten Zähl-schemata, welche den Wechsel des Subjektstandpunktes formalisieren, die beiden Indizes i und j ein.

2.1. Adjazente Zählweise

2.1.1. Zähl-schemata

$$\begin{array}{ccccccccc}
 x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
 \end{array}$$

2.1.2. Relationalzahlen

$$\begin{array}{ccccccccc}
 0_{0,0,i} & 1_{0,1,j} & & 1_{0,0,i} & 0_{1,1,j} & & 1_{0,0,j} & 0_{1,1,i} & & 0_{0,0,j} & 1_{0,1,i} \\
 \emptyset_{-1,0,i} & \emptyset_{-1,1,j} & & \emptyset_{-10,i} & \emptyset_{-1,1,j} & & \emptyset_{-10,j} & \emptyset_{-1,1,i} & & \emptyset_{-1,0,j} & \emptyset_{-1,1,i} \\
 & & & & & & & & & & \\
 \emptyset_{0,0,i} & \emptyset_{0,1,j} & & \emptyset_{0,0,i} & \emptyset_{1,1,j} & & \emptyset_{0,0,j} & \emptyset_{1,1,i} & & \emptyset_{0,0,j} & \emptyset_{0,1,i} \\
 0_{-1,0,i} & 1_{-1,1,j} & & 1_{-10,i} & 0_{-1,1,j} & & 1_{-10,j} & 0_{-1,1,i} & & 0_{-1,0,j} & 1_{-1,1,i}
 \end{array}$$

2.2. Subjazente Zählweise

2.2.1. Zählschemata

$$\begin{array}{cccc}
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j \\
 y_i & \emptyset_j & \emptyset_i & y_j \\
 & \times & & \times \\
 y_i & \emptyset_j & \emptyset_i & y_j \\
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 \emptyset_j & x_i & & \\
 \emptyset_j & y_i & & \\
 & \times & & \times \\
 \emptyset_j & y_i & & \\
 \emptyset_j & x_i & &
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 x_j & \emptyset_i & & \\
 y_j & \emptyset_i & & \\
 & \times & & \times \\
 y_j & \emptyset_i & & \\
 x_j & \emptyset_i & &
 \end{array}$$

2.2.2. Relationalzahlen

$$\begin{array}{cccc}
 0_{0,0,i} & \emptyset_{0,1,j} & \emptyset_{0,0,i} & 0_{1,1,j} \\
 1_{-1,0,i} & \emptyset_{-1,1,j} & \emptyset_{-10,i} & 1_{-1,1,j} \\
 & \times & & \times \\
 1_{0,0,i} & \emptyset_{0,1,j} & \emptyset_{0,0,i} & 1_{1,1,j} \\
 0_{-1,0,i} & \emptyset_{-1,1,j} & \emptyset_{-10,i} & 0_{-1,1,j}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 \emptyset_{0,0,j} & 0_{1,1,i} & & \\
 \emptyset_{-10,j} & 1_{-1,1,i} & & \\
 & \times & & \times \\
 \emptyset_{0,0,j} & 1_{1,1,i} & & \\
 \emptyset_{-10,j} & 0_{-1,1,i} & &
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 0_{0,0,j} & \emptyset_{0,1,i} & & \\
 1_{-1,0,j} & \emptyset_{-1,1,i} & & \\
 & \times & & \times \\
 1_{0,0,j} & \emptyset_{0,1,i} & & \\
 0_{-1,0,j} & 1_{-1,1,i} & &
 \end{array}$$

2.3. Transjazente Zählweise

2.3.1. Zählschemata

$$\begin{array}{ccccccccc}
 x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
 \emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
 \emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

2.3.2. Relationalzahlen

$$\begin{array}{ccccccccc}
 0_{0,0,i} & \emptyset_{0,1,j} & & \emptyset_{0,0,i} & 0_{1,1,j} & & \emptyset_{0,0,j} & 0_{1,1,i} & & 0_{0,0,j} & \emptyset_{0,1,i} \\
 \emptyset_{-1,0,i} & 1_{-1,1,j} & & 1_{-1,0,i} & \emptyset_{-1,1,j} & & 1_{-1,0,j} & \emptyset_{-1,1,i} & & \emptyset_{-1,0,j} & 1_{-1,1,i} \\
 \\
 \emptyset_{0,0,i} & 1_{0,1,j} & & 1_{0,0,i} & \emptyset_{1,1,j} & & 1_{0,0,j} & \emptyset_{1,1,i} & & \emptyset_{0,0,j} & 1_{0,1,i} \\
 0_{-1,0,i} & \emptyset_{-1,1,j} & & \emptyset_{-1,0,i} & 0_{-1,1,j} & & \emptyset_{-1,0,j} & 0_{-1,1,i} & & 0_{-1,0,j} & \emptyset_{-1,1,i}
 \end{array}$$

Literatur

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

9.5.2016